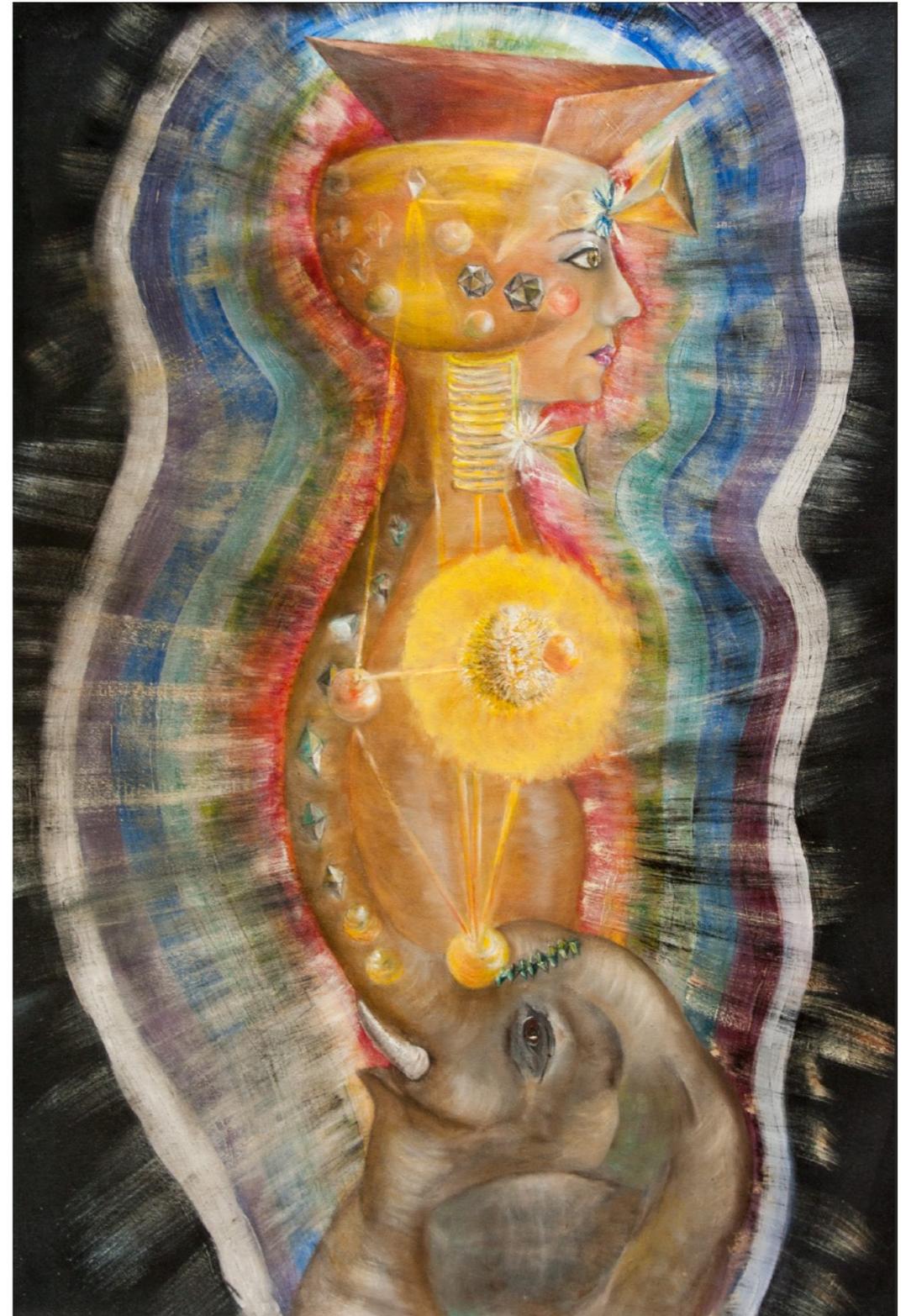


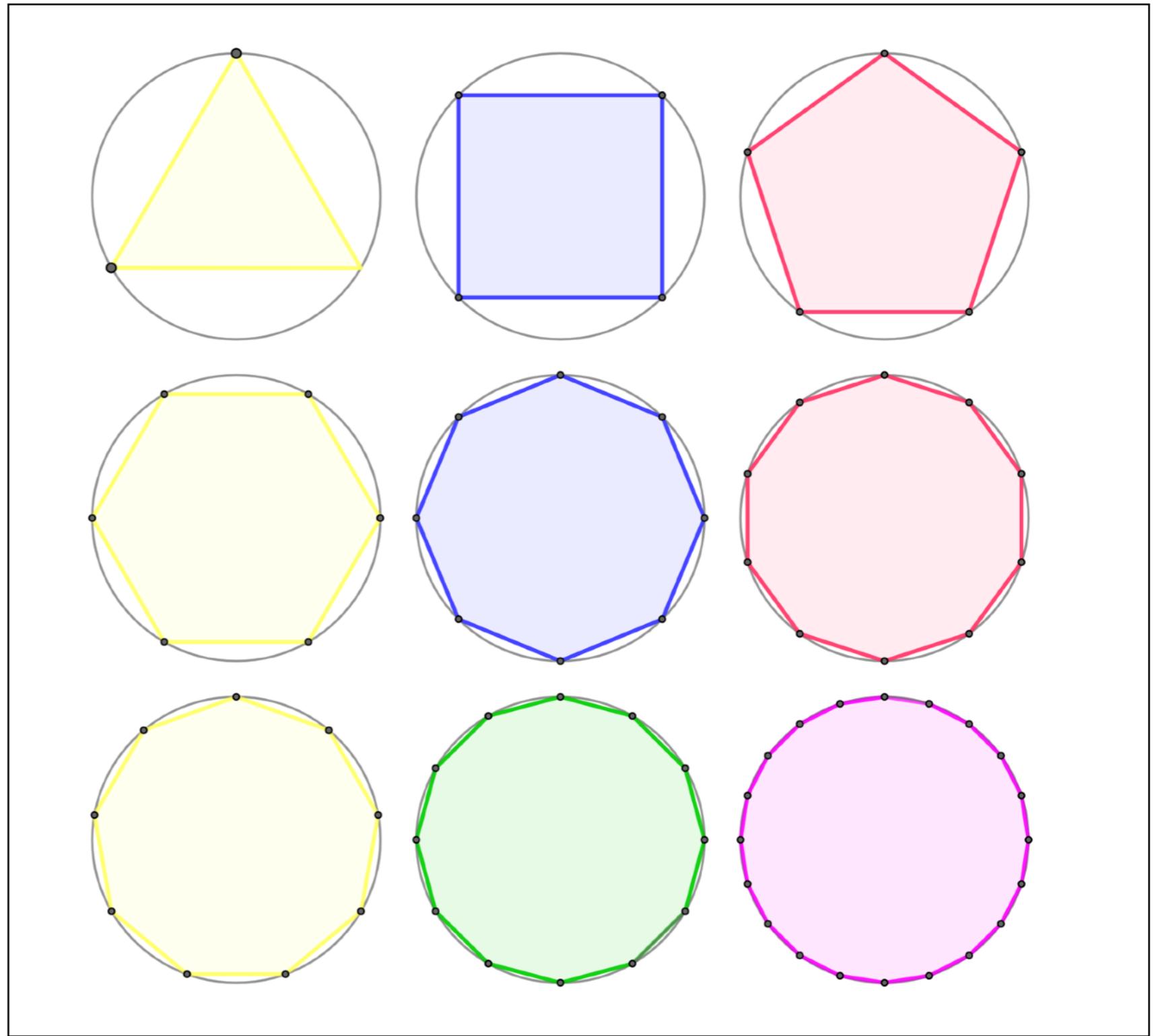
# ***Incursion au Pays des Polyèdres***

*Pierre Bolly  
Françoise Delpérée*

*Congrès SBPMef 2022*



***Quelques  
polygones  
réguliers  
inscrits dans  
un cercle***

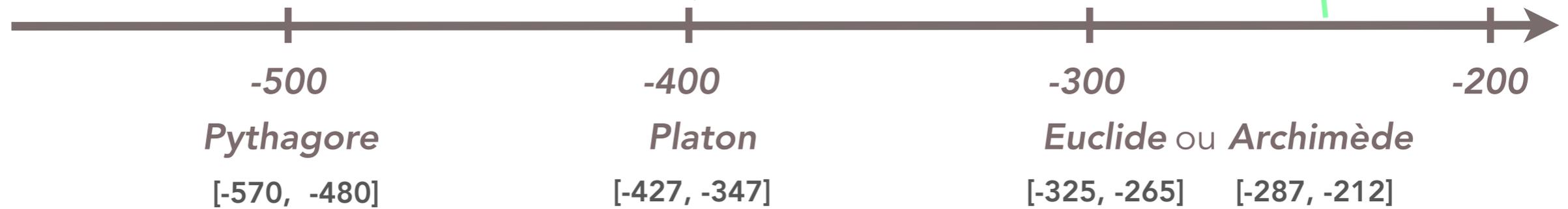


*Illustrations: Anne de Harenne ([mathcurve.com](http://mathcurve.com), [geogebra 3D](http://geogebra.com))*

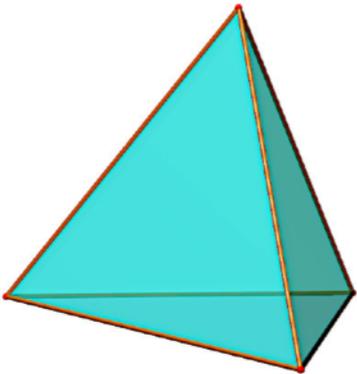
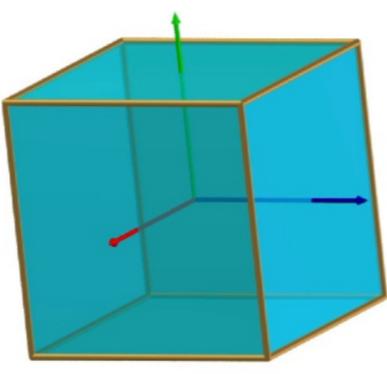
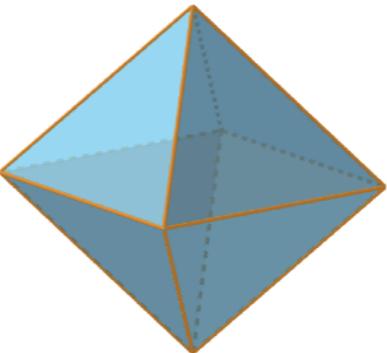
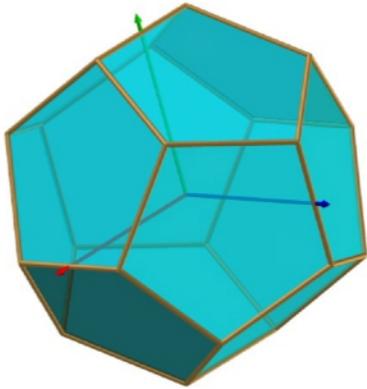
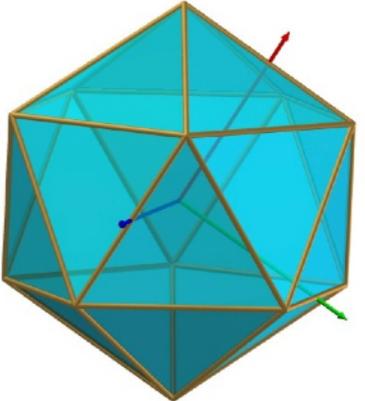
L'école d'Athènes, Raphaël (1508-1512) - Palais du Vatican



(domaine public)



# Relation d'Euler : « $Sommets + Faces - 2 = Arêtes$ »

	Tétraèdre	Hexaèdre	Octaèdre	Dodécaèdre	Icosaèdre
					
<b>Faces</b>	4	6	8	12	20
<b>Sommets</b>	4	8	6	20	12
<b>Arêtes</b>	6	12	12	30	30

Illustrations et tableau : Anne de Harenne ([mathcurve.com](http://mathcurve.com), [geogebra 3D](http://geogebra 3D))

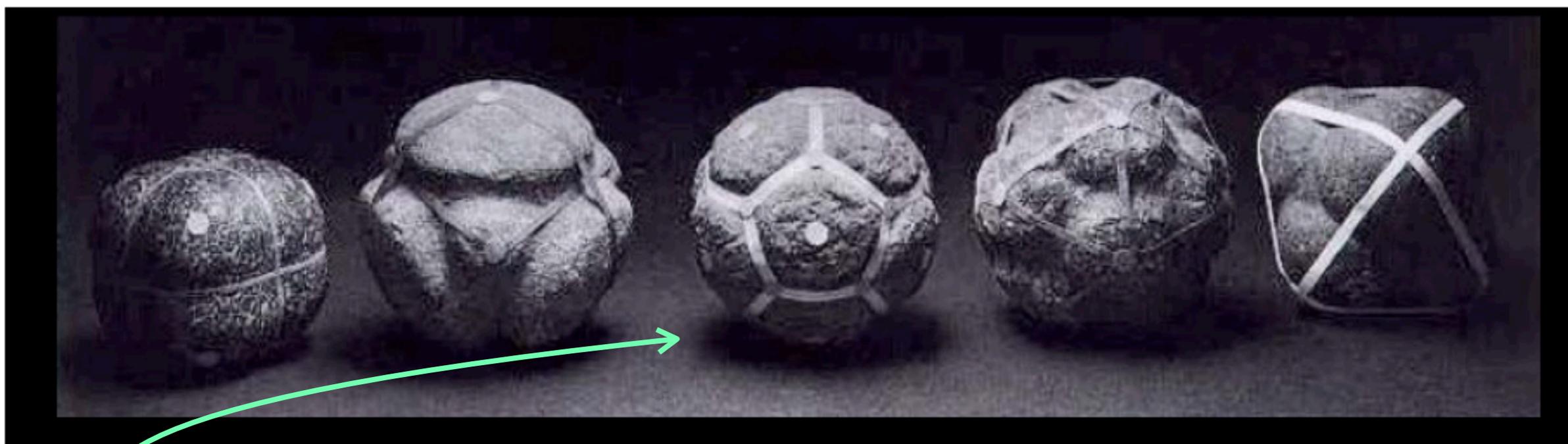
# Préhistoire : « les boules écossaises »

## Solides de Platon et solides d'Archimède

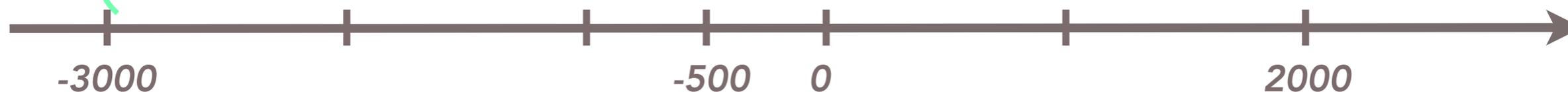
Environ 5000 ans (Néolithique tardif - début âge du Bronze)

400 pierres disséminées dans une quarantaine de musées et dans des collections privées

Diamètre moyen : 7 cm (max 11.4 cm)



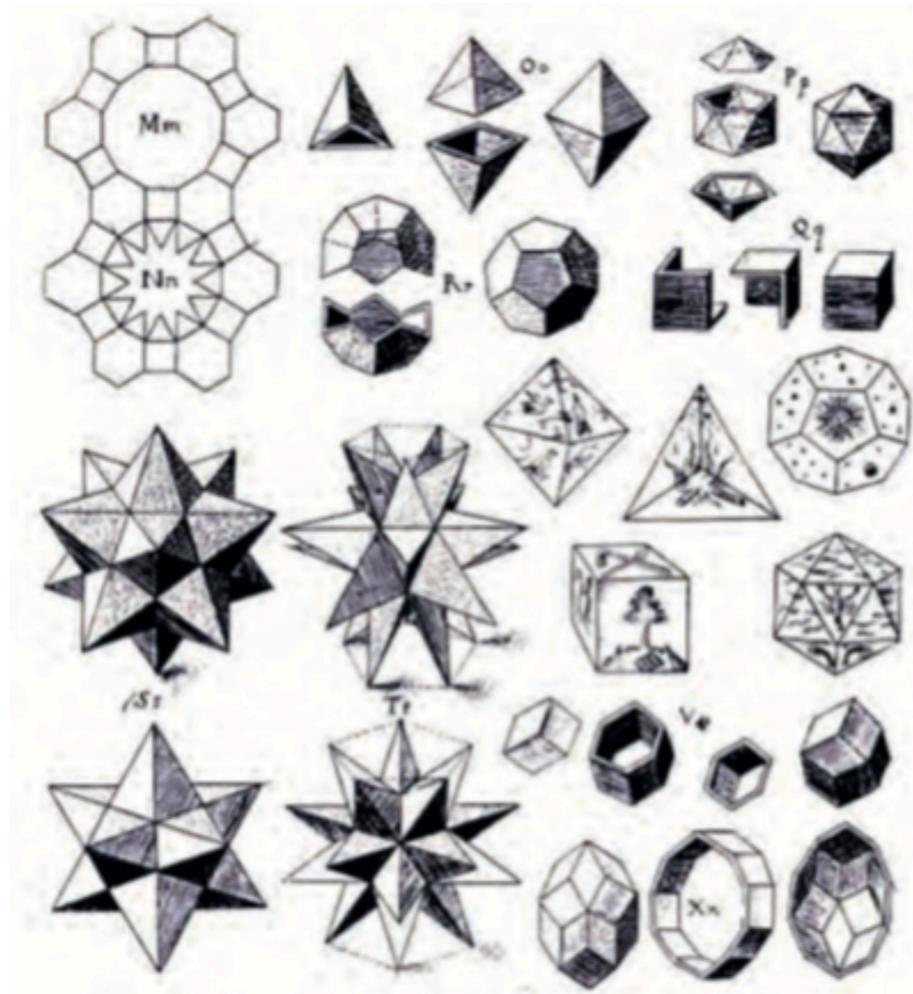
© Ashmolean Museum (Oxford, Ecosse)



1619

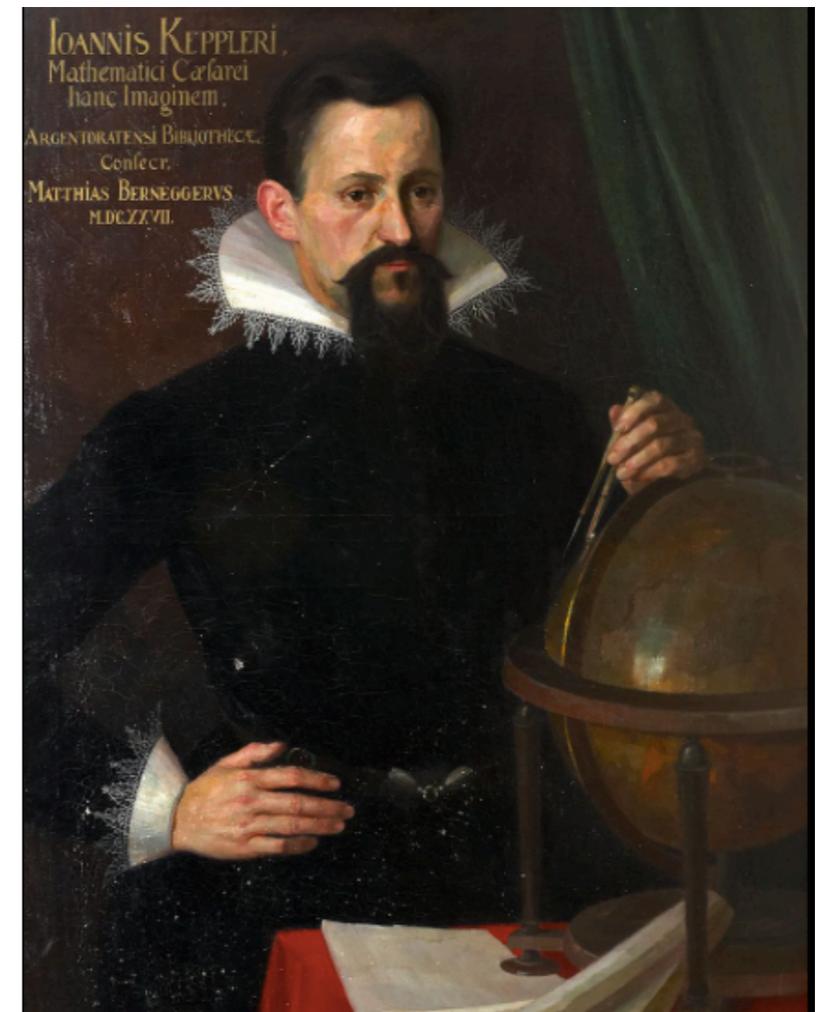
*L'Harmonie du monde, 1619*

Kepler pensait que les polygones réguliers détenaient le secret de l'origine du cosmos.



(Domaine Public)

*Portrait de Kepler, 1620*



(domaine public)

Kepler-Museum, Weil der Stadt



★ Dessinez un cube.

★ Dessinez un tétraèdre régulier et son centre de gravité.

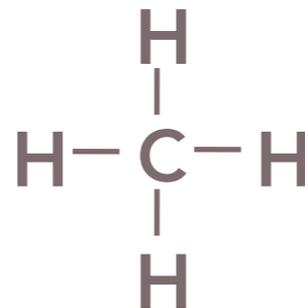
★ Dessinez un tétraèdre régulier inscrit dans un cube.

Question annexe :

Quel est le rapport entre l'arête d'un tétraèdre régulier et le rayon de la sphère circonscrite ?

# Mises en situation tétraèdre

- Disposer 6 allumettes pour former 4 triangles équilatéraux dont les allumettes sont les arêtes.
- La molécule de méthane est constituée d'un (gros) atome de carbone entouré de quatre (petits) atomes d'hydrogène. On la note  $\text{CH}_4$  et on la représente en chimie comme suit.



Les forces maintiennent les atomes d'hydrogène à même distance l'un de l'autre et à même distance de l'atome de carbone. La structure spatiale est un tétraèdre régulier où les atomes d'hydrogène sont centrés aux sommets et l'atome de carbone au centre de gravité.



- ★ En simplifiant, la pyramide de Khéops peut être assimilée à un demi-octaèdre. Dessinez-la puis complétez le dessin pour représenter un octaèdre régulier.
- ★ Représentez un octaèdre inscrit dans un cube.
- ★ Comparez nombre de faces, d'arêtes et de sommets.

# Antiquité

## Pyramides

4500 ans

Base : 360 coudées (188m)

Hauteur : 200 coudées (105m)

Inclinaison : 54° puis 43°

4500 ans

Base : 440 coudées (230m)

Hauteur : 280 coudées (146m)

Inclinaison : 51°



(domaine public)

Pyramide « rhomboidale » de Snefrou, Dahchour



(domaine public)

Pyramides à base carrée de Kheops, Kephren, Mykerinos,  
Gizeh

- ★ En supposant que la Terre est sphérique, représentez-la en indiquant l'équateur, le pôle Nord et le méridien de Greenwich.
- ★ A partir du dessin d'un cube, dessinez la sphère inscrite.
- ★ Dans le même esprit, dessinez un cône de rayon 4 et de hauteur 6 puis un cylindre inscrit dans le cône.

# Renaissance

1498

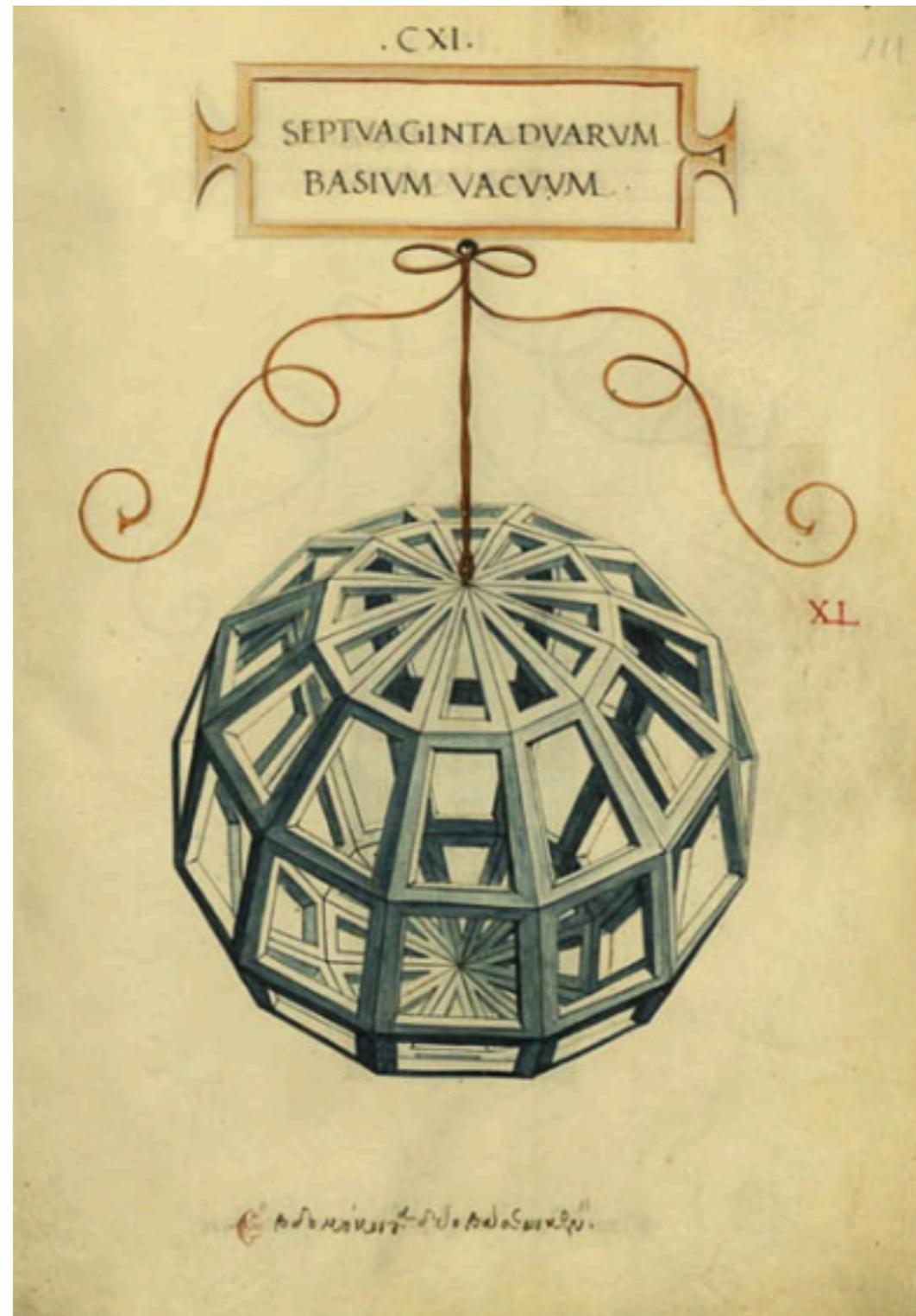
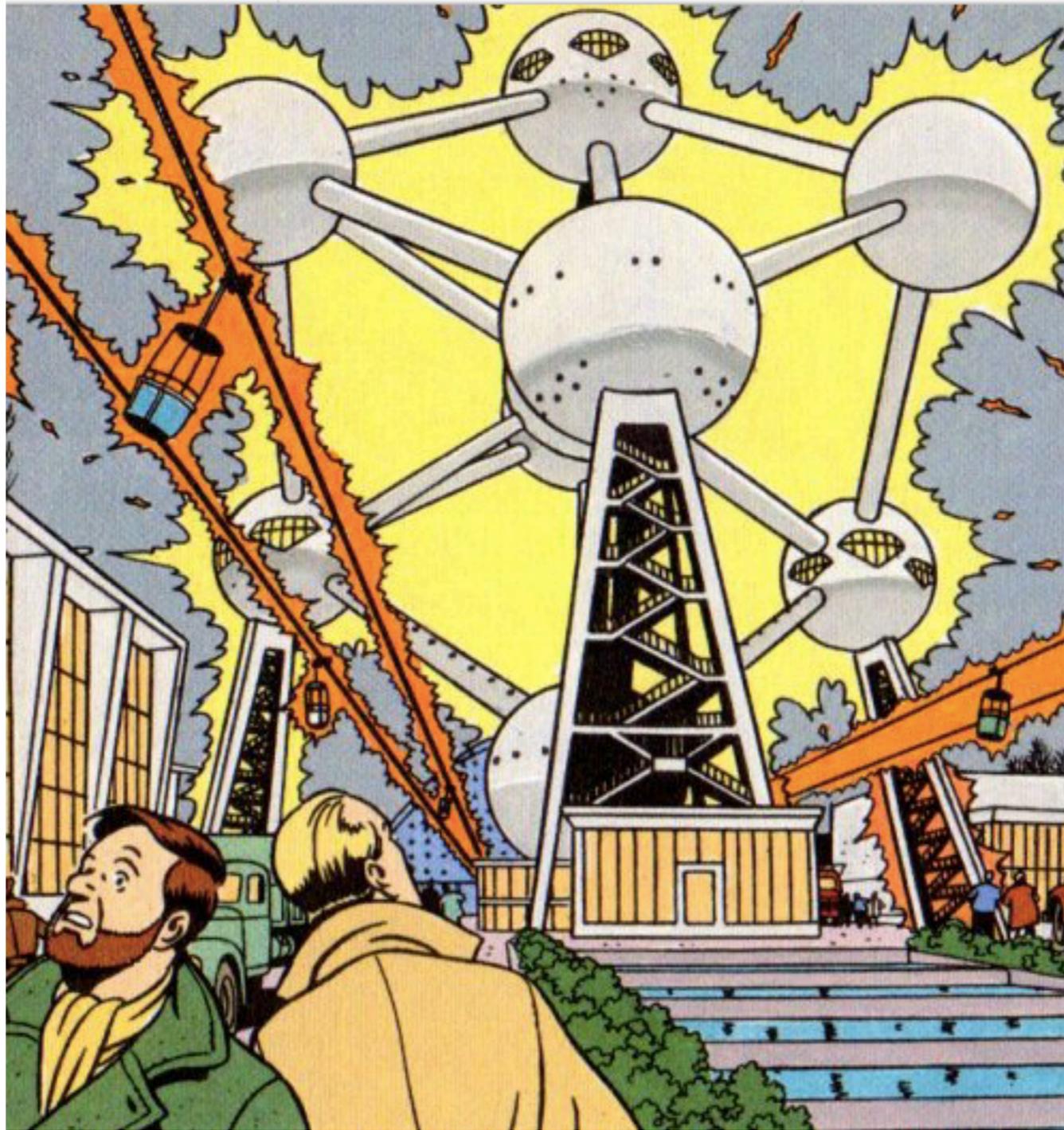


Illustration de *De divina proportione*  
Artiste: Léonard de Vinci

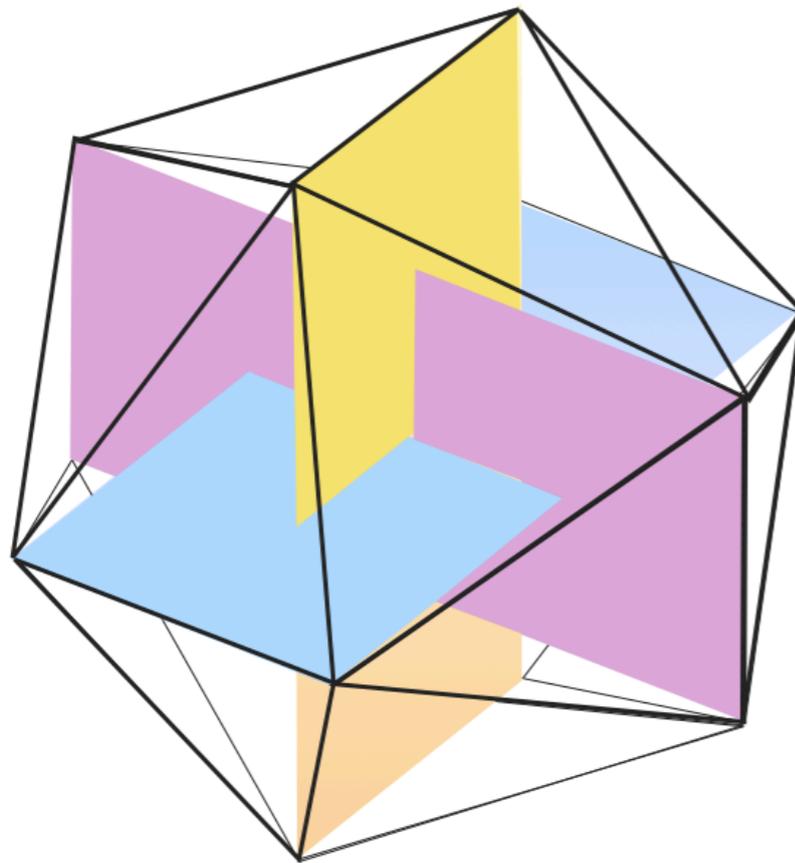
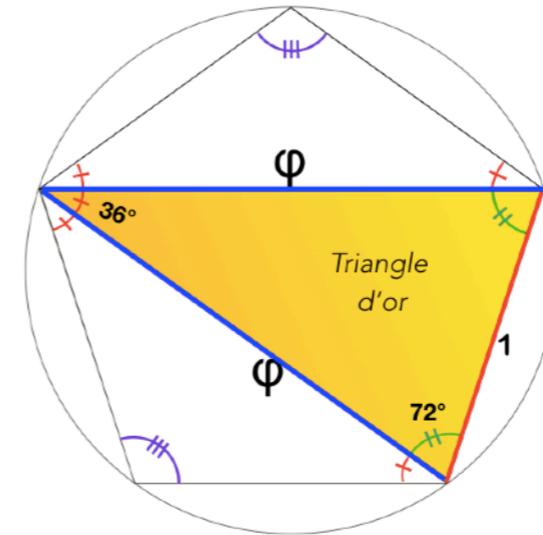
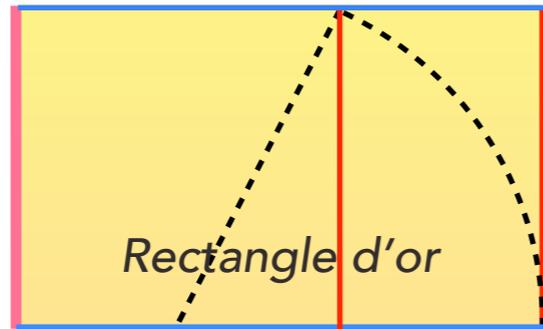
★ Dessinez l'Atomium.



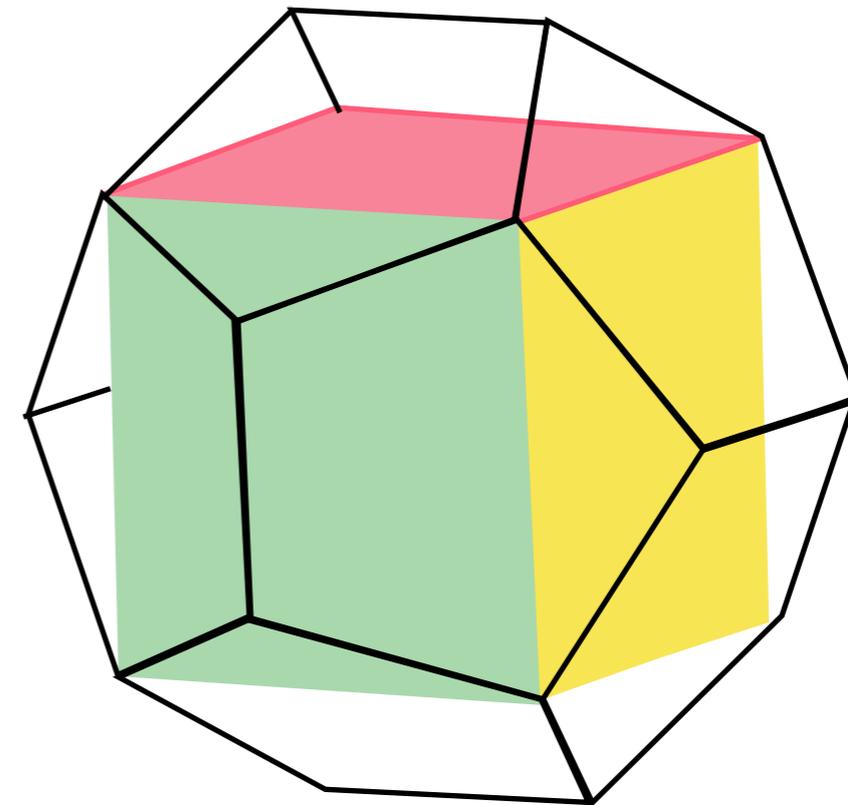
Les Sarcophages du 6e continent - Tome 1 (2003).

Dessinateur: Juillard (Scénariste: Sente, Coloriste: Mille)

★ Dessinez un dodécaèdre, un icosaèdre.



Les coins de 3 rectangles d'or perpendiculaires deux à deux déterminent les 12 sommets de l'icosaèdre régulier convexe.



Les arêtes du cube sont des diagonales du pentagone, faces du dodécaèdre.

# Antiquité

## Dodécaèdre et Icosaèdre

« grains d'or » = chapelets

II - IIIe siècle après JC

Diamètre 4.5-4.8 cm

Bassenge (entre Tongres et Liège)

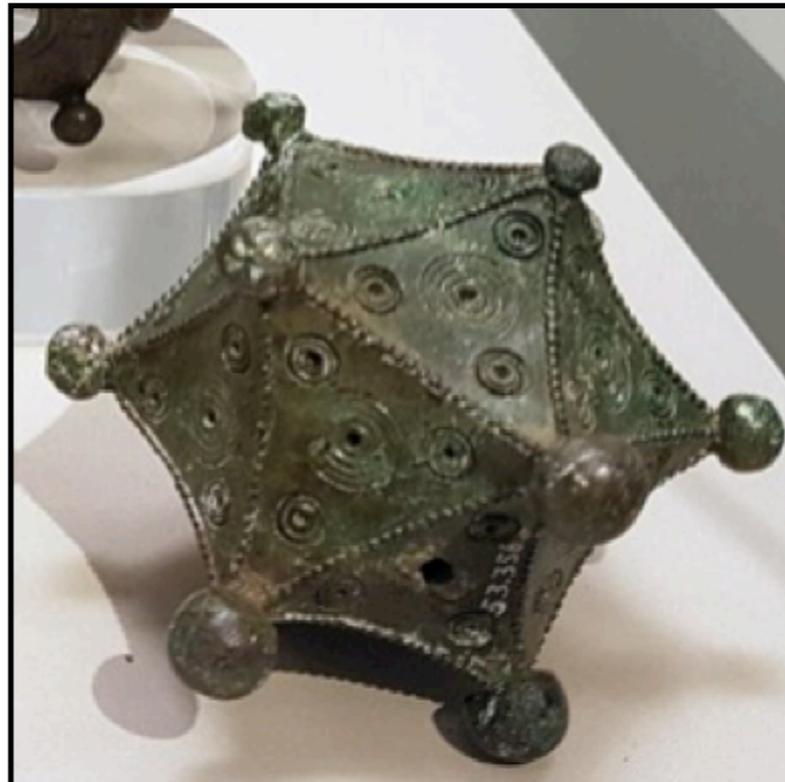


Musée Curtius, Liège

IIIe siècle après JC

Diamètre 4.5-4.8 cm

Arloff (30 km SO de Bonn)



Rheinische Landesmuseum, Bonn

IIe-IIIe siècle après JC

Diamètre 2.5 cm

Khao Sam Kaeo (Est Thaïlande)



Anna T. N. Bennett, « Gold in early Southeast Asia », *ArcheoSciences*

1423

# Renaissance

## Petit dodécaèdre étoilé



(domaine public)

Artiste: Paolo Uccello  
Pavage de la Basilique Saint-Marc, Venise

# Renaissance

## Dodécaèdre et Petit rhombicuboctaèdre

1495

Moine et mathématicien, Luca Pacioli enseigne les maths à Léonard de Vinci. Ils deviennent amis. Léonard de Vinci lui réalisa les illustrations de *De Divina proportione*.



Luca Pacioli avec son élève Guidobaldo Ier de Montefeltro

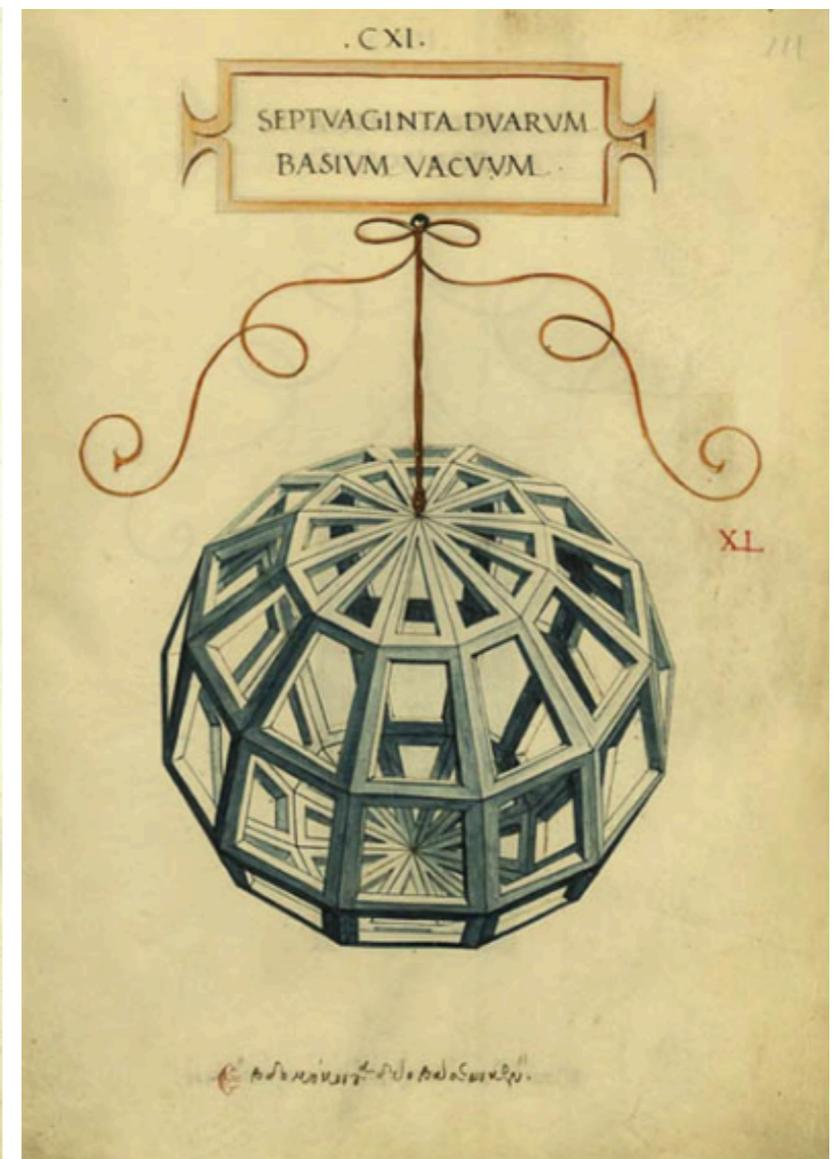
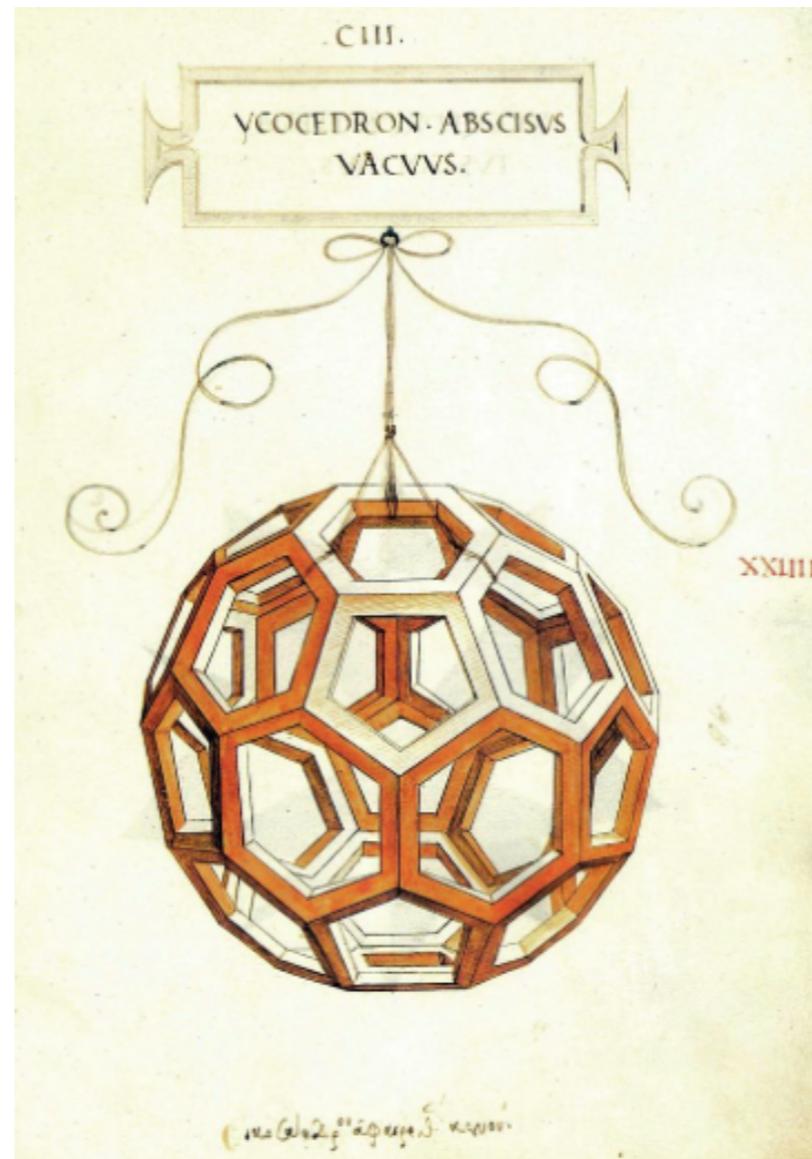
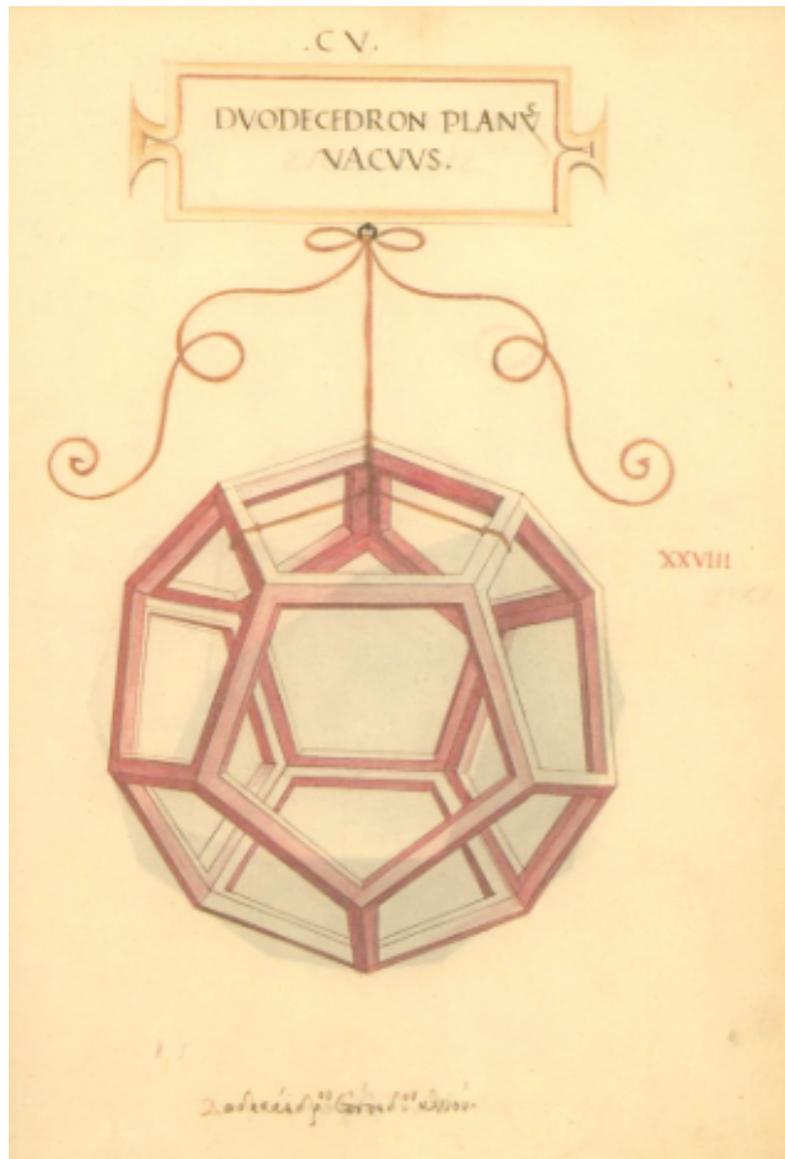
Artiste: Jacopo de' Barbari (1495)

Musée de Capodimonte, Naples

(domaine public)

# Renaissance

1498



Illustrations de *De divina proportione*

Artiste: Léonard de Vinci

« polémique » à propos du rhombicuboctaèdre augmenté de pyramides qui contiendrait une erreur, une pyramide de la figure reposerait sur une surface carrée au lieu d'être triangulaire

1519

## Renaissance: « intarsia polyédrique »

icosaèdre tronqué, icosaèdre, sphère de Campanus, icosidodécaèdre  
augmenté de pyramides, cuboctaèdre, cube augmenté de pyramides

*Intarsia =  
incrustation  
de pièces de  
bois dans un  
panneau de  
bois*

*Commande du pape  
Jules II, ami de Pacioli*



(domaine public)

Artiste: Fra Giovanni da Verona Eglise Santa Maria in Organo, Verona

# Renaissance

1514

## Polyèdre de Dürer ou romboèdre tronqué

En 1525, Albrecht Dürer (1471-1528) publia à Nuremberg un traité de géométrie en quatre tomes intitulé « *Instruction pour la mesure à la règle et au compas, des lignes, plans et corps solides* », cités plus tard par Galilée et Kepler.

Le quatrième tome est consacré aux solides et traite entre autres de la géométrie des solides platoniciens, d'Archimède et d'autres solides de son invention.

(1) in « La géométrie d'Albrecht Dürer et ses lecteurs », Jeanne Peiffer (CNRS)  
<https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAA/AAA02054/AAA02054.pdf>



(domaine public)

*Melencolia (Type) I* Metropolitan Museum of Art, New-York  
Artiste: Albrecht Dürer (Nuremberg)

1567

# Renaissance

*L'ouvrage de Stoër, graveur bavarois élève de Dürer, se compose de douze estampes gravées sur bois et ne comporte pas le moindre texte.*



*Geometria et Perspectiva*  
Artiste : Lorenz Stöer

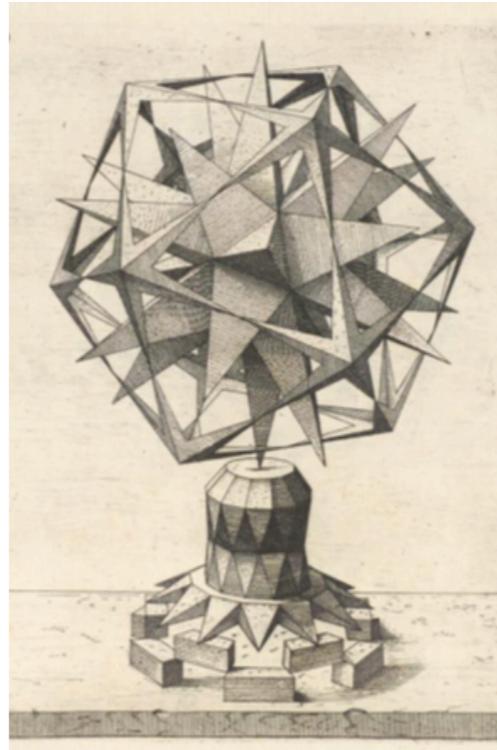
University of Tübingen

# Renaissance

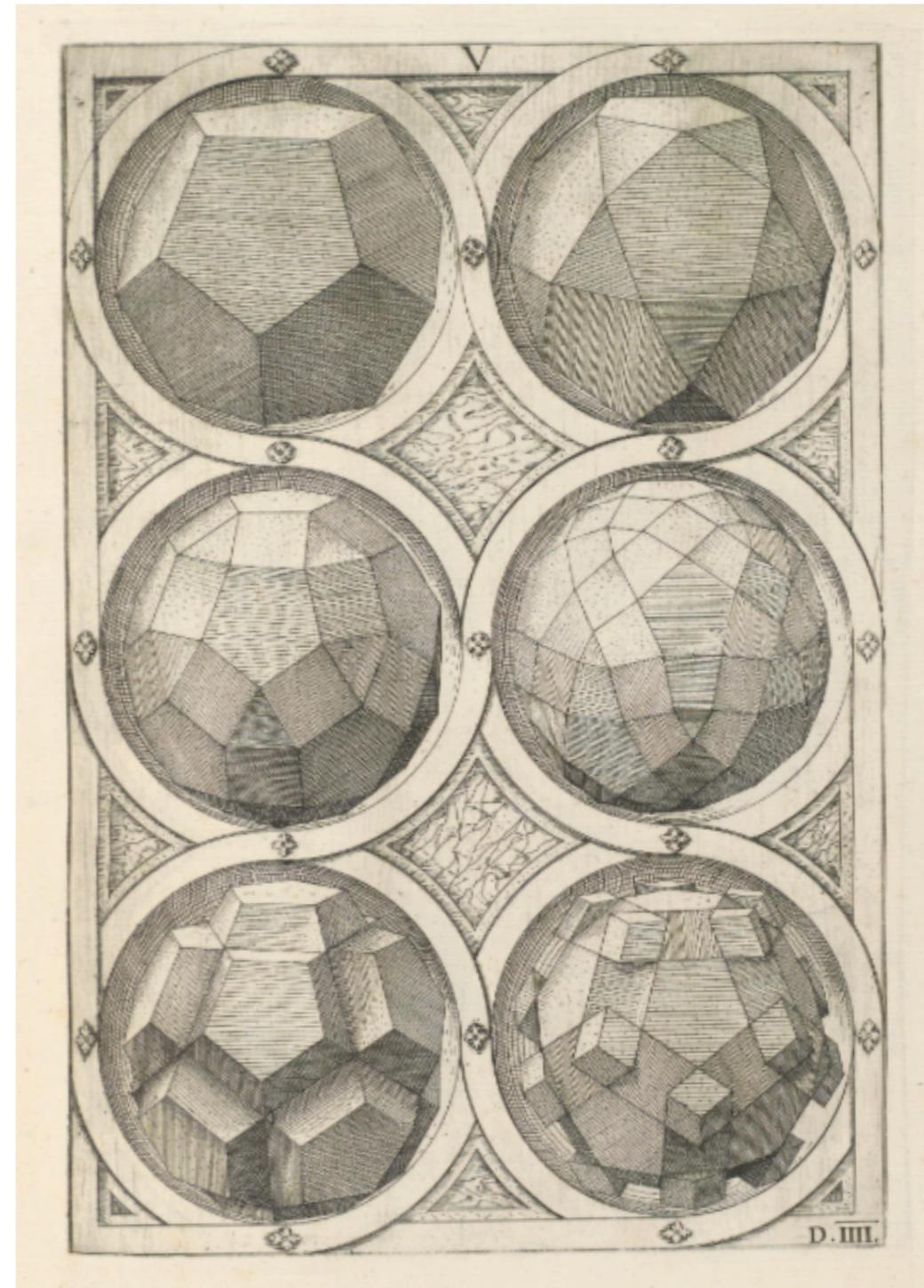
1568

## Stellation et facettes de polyèdres

*Considéré comme un des plus beaux livres publiés en Allemagne à la fin du XVIème siècle*



*Wenzel Jamnitzer (1508-1585), orfèvre et graveur, s'inspira des publications de Dürer. Dans son oeuvre, il décrit de subtiles variations sur les solides platoniciens, y compris leurs stellations. Chacun des polyèdres réguliers est présenté par quatre planches contenant chacune six aspects différents du polyèdre. Son ouvrage figurait en bonne place dans les bibliothèques personnelles de Tycho Brahe et de Johannes Kepler.*



**Perspectiva corporum regularium**

**Artiste: Wenzel Jamnitzer**

**Metropolitan Museum of Art, New-York**

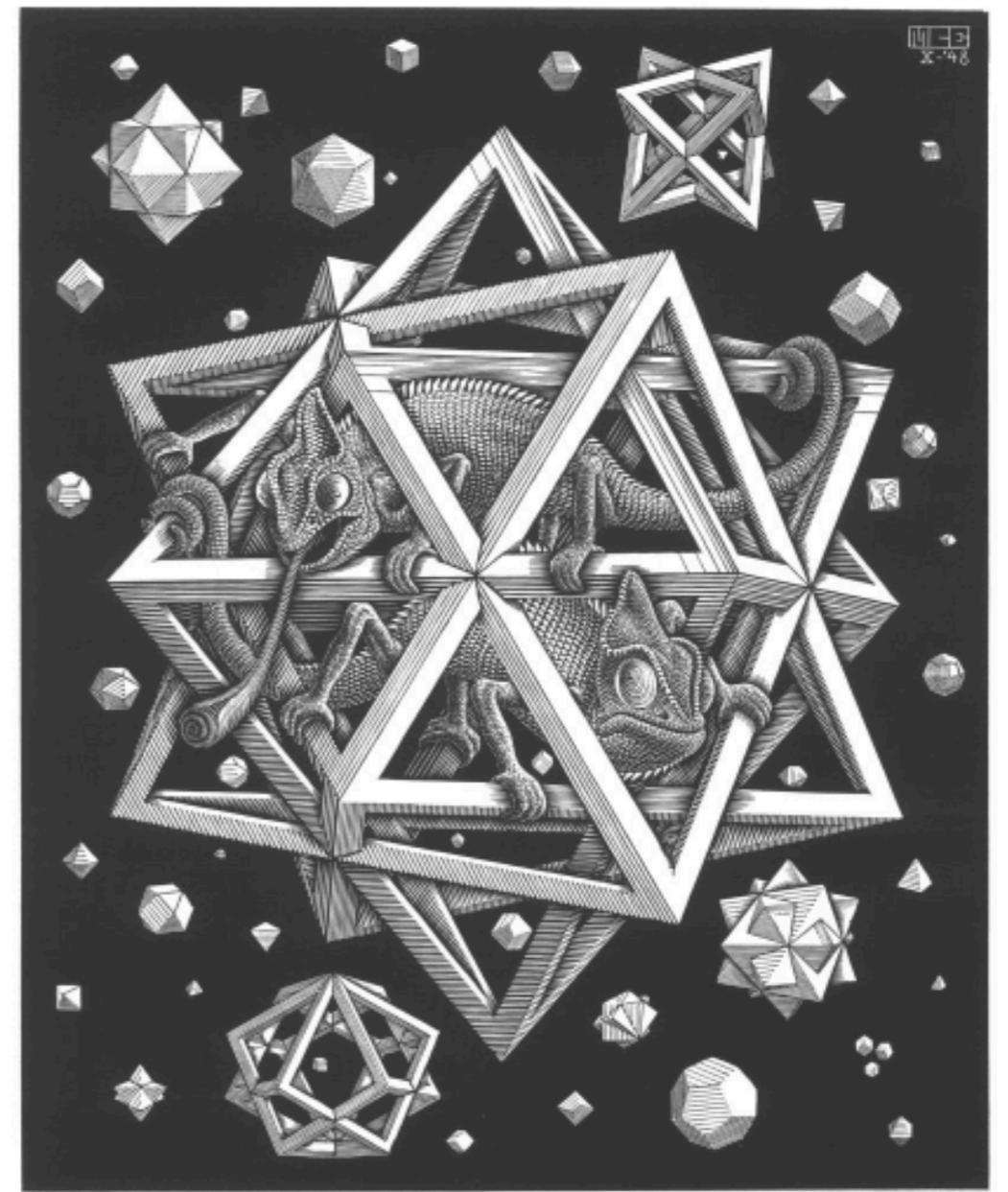
(domaine public)

XXème siècle



Waterfall (1961)

Artiste: M.C Escher



Stars (1948)

Artiste: M.C Escher

XXème siècle

# Surréalisme

*Dimensions du tableau dans un rapport du nombre d'or.  
Le centre du dodécaèdre correspond au point de fuite.*

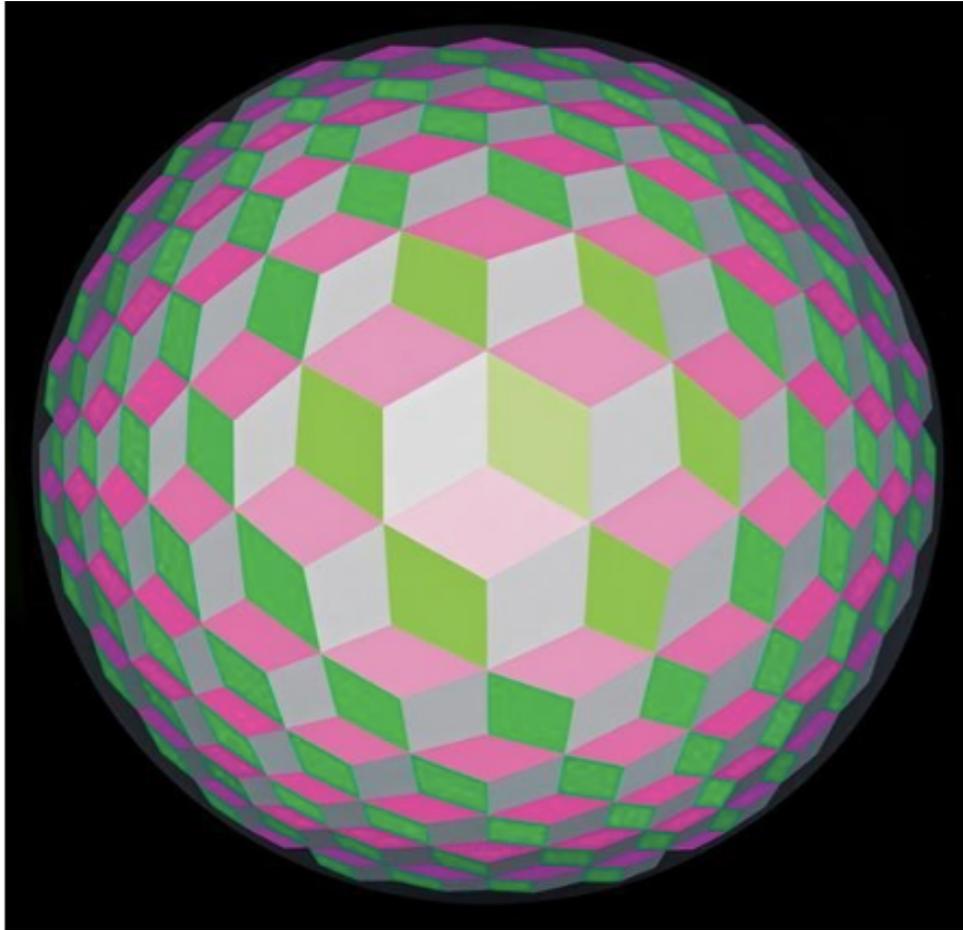


*Le Sacrement de la Dernière Cène* (1955)  
Artiste: Salvador Dali

National Gallery of Art, Washington

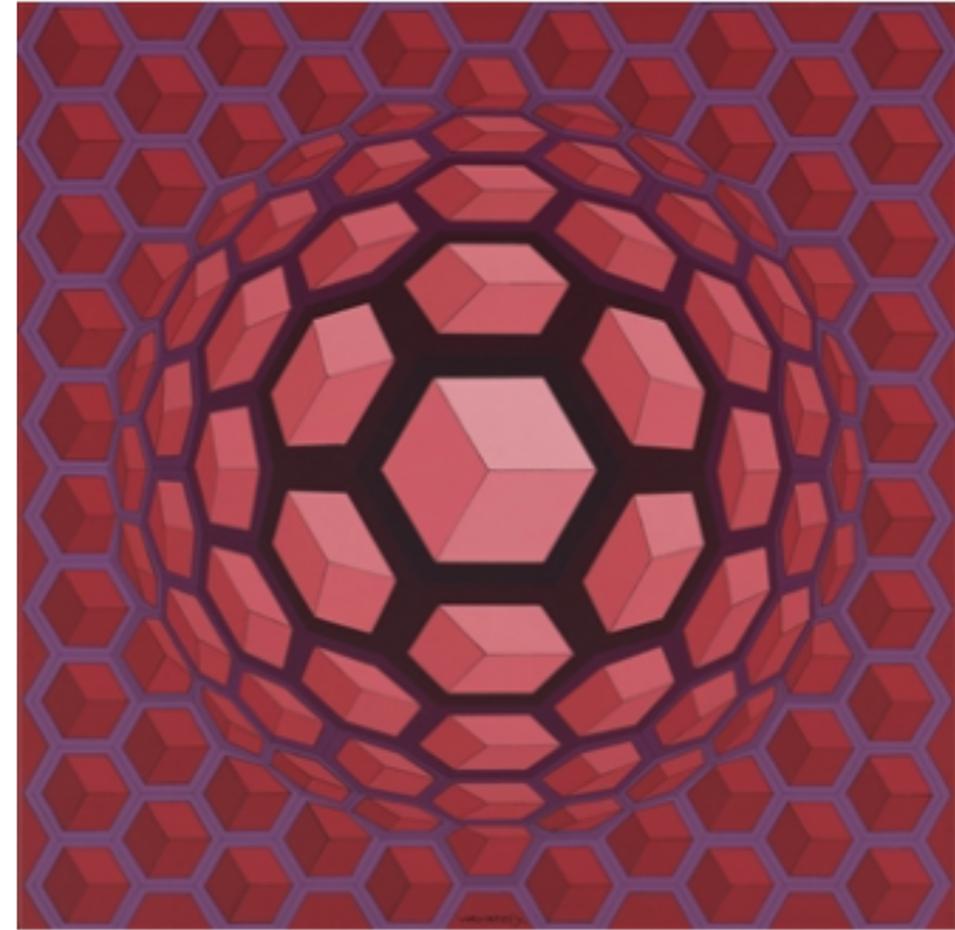
XXème siècle

# Op'Art



M.T.K , 1980

Acrylic on canvas, 48 x 48 cm



Huitt-2 ,1977

Acrylic on canvas, 57 x 57 cm

*Peintre français d'origine hongroise, Vasarely est un des maîtres de l'art abstrait géométrique et le père du « Op'Art » (art optique). Il généralise l'utilisation du compas et de la règle dans des tableaux qui recèlent de figures géométriques en donnant souvent une impression de volume.*

Modernisation du logo

Renault ,1972



*Le Dodécaèdre, 1938;*

Huile sur toile, 81 x 65,50 cm

Artiste : Luc Lafnet peintre et  
dessinateur de BD liégeois

(1899 - 1939)



Collection privée

1561

*Nicolas Neufchatel, un montois, est un des portraitistes les plus importants de l'époque.*

*Neudorfer, maître d'arithmétique et auteur de manuels pédagogiques.*

*Dans la dernière phase de sa vie, Neudörffer traite de plus en plus de questions d'arithmétique et de géométrie, sur la base d'un apprentissage avec un cartographe pour devenir mathématicien.*



**Portrait de Johannes Neudörffer et de son fils** Alte Pinacotek, Munich  
**Artiste: Nicolas Neufchatel, Mons**